TAČKA i PRAVA

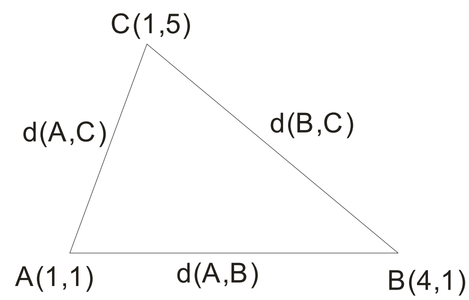
1. Rastojanje između dvije tačke

Ako su nam date tačke $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$, onda rastojanje između njih računamo po formuli

$$d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Primjer1.

Odrediti dužine stranica trougla čija su tjemena A(1,1) , B(4,1) i C(1,5)

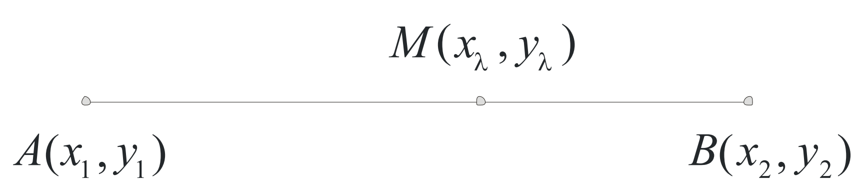


$$d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d(A,B) = \sqrt{(4-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{9+0} = 3$$
$$d(A,C) = \sqrt{(1-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{0+16} = 4$$
$$d(B,C) = \sqrt{(1-4)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

2. Dijeljenje duži u datoj razmjeri

Ako je tačka $M(x_\lambda, y_\lambda)$ unutrašnja tačka duži AB, gdje je $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$ i ako je data razmjera $AM : MB = \lambda$ to jest $(\frac{AM}{MB} = \lambda)$, u kojoj tačka M dijeli duž AB , onda se koordinate tačke M računaju po obrascima

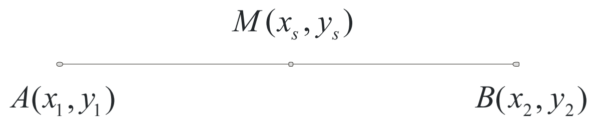
$$M(x_\lambda, y_\lambda) \to x_\lambda = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} \quad \text{i} \quad y_\lambda = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}$$



3. Sredina duži

Ako je tačka $M(x_s, y_s)$ sredina duži AB ($A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$) onda se njene koordinate računaju po formuli

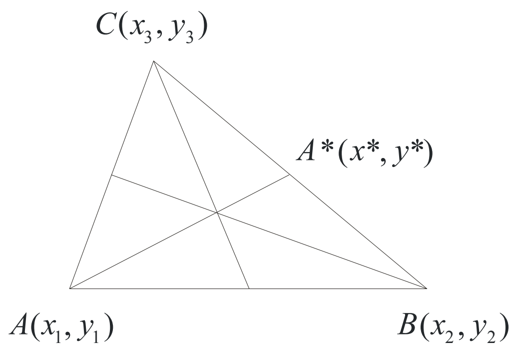
$$M(x_s, y_s) \rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{i} \quad y_s = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



Primjer 2.

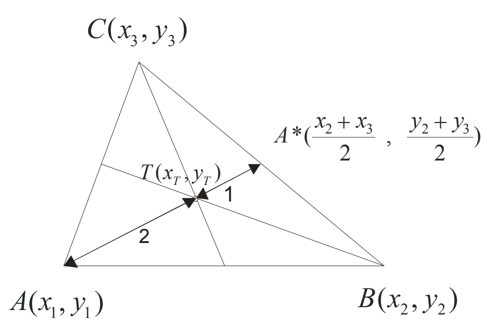
Izvesti formule za koordinate težišta trougla!

Da se podsjetimo, težište se nalazi u presjeku težišnih duži i težište dijeli težišnu duž u odnosu 2 : 1.



Najprije ćemo naći koordinate tačke $A^*(x^*, y^*)$ kao sredinu duži BC.

$$A^*(x^*, y^*) \rightarrow x^* = \frac{x_2 + x_3}{2} \quad \text{i} \quad y^* = \frac{y_2 + y_3}{2}$$



Dalje ćemo iskoristiti formulu za dijeljenje duži u datoj razmjeri , gde je AT : TA* = 2 : 1 = 2

$$T(x_T, y_T) \rightarrow x_T = \frac{x_1 + 2(\frac{x_2 + x_3}{2})}{1+2} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad \text{i} \quad y_T = \frac{y_1 + 2(\frac{y_2 + y_3}{2})}{1+2} = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

4. Površina trougla preko koordinata tjemena

Neka su $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ i $C(x_3, y_3)$ tjemena datog trougla ABC određena pomoću naznačenih koordinata u odnosu na pravougli koordinatni sistem xOy, tada je površina trougla data obrascem

$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$

može i preko determinante

$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

Apsolutna vrednost je tu da nam obezbijedi da rješenje ne bude negativno, jer površina ne može biti negativan broj.

Primjer 3.

Izračunati površinu trougla ABC ako je A(-2,3) ; B(8,-2) i C(3,8)

$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$$
$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|-2(-2-8) + 8(8-3) + 3(3-(-2))\right|$$
$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|-2(-10) + 8\cdot 5 + 3(3+2)\right|$$
$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|20 + 40 + 15\right|$$
$$P_{\triangle} = \frac{1}{2}\left|75\right|$$
$$P_{\triangle} = 37{,}5$$