

IZVOD FUNKCIJE

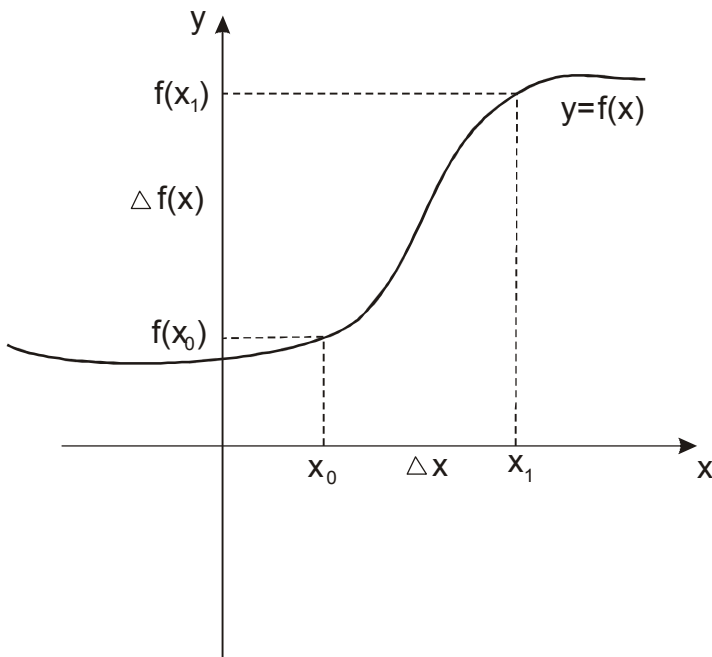
Predpostavimo da je funkcija $f(x)$ definisana u nekom intervalu (a,b) i da je tačka x_0 iz intervala (a,b) fiksirana.

Uočimo neku proizvoljnu tačku x_1 iz tog intervala (a,b) . Ova tačka x_1 može da se pomjera lijevo desno, pa ćemo je zvati promenljiva tačka intervala (a,b) . Razlika $x_1 - x_0$ pokazuje promjenu ili priraštaj vrijednosti nezavisno promjenljive x i najčešće se obilježava sa $\Delta x = x_1 - x_0$

Razlika $f(x_1) - f(x_0)$ predstavlja odgovarajuću promjenu ili priraštaj funkcije $f(x)$ i obično se obilježava sa

$\Delta f(x) = f(x_1) - f(x_0)$ ili ako je funkcija označena sa $y=f(x)$ može se zapisati: $\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$.

Evo kako bi to izgledalo na slici:



Količnik $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ naziva se srednjom ili prosječnom brzinom promjene funkcije u intervalu $[x_0, x_1]$

Razmišljamo šta će se dešavati kada se tačka x_1 približava tački x_0 ? (to jest kad x_1 teži x_0)

Ako ta granična vrijednost postoji normalno je da nju uzmemo za brzinu promjene funkcije u tački x_0

Brzina promjene funkcije $f(x)$ u tački x_0 u matematici se naziva **IZVOD** funkcije i obilježava se sa :

$f'(x_0)$ ili sa y' . Dakle **definicija izvoda je :**

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

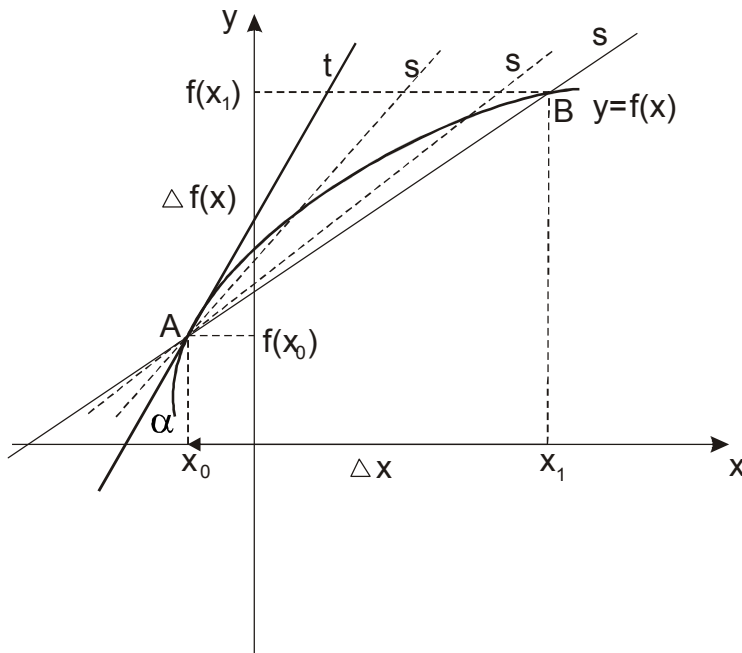
Često se umjesto tačke x_0 jednostavno stavlja x pa izvod onda glasi:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Riječima ova **definicija** bi glasila:

Izvod funkcije jednak je graničnoj vrijednosti količnika priraštaja funkcije i priraštaja nezavisno promjenljive, kad priraštaj nezavisno promjenljive teži nuli.

Geometrijska interpretacija izvoda



Posmatrajmo sječicu S koja prolazi kroz tačke $A(x_0, f(x_0))$ i $B(x_1, f(x_1))$. U situaciji kada se Δx smanjuje, odnosno x_1 se sve više približava tački x_0 , ona sve manje i manje siječe datu krivu $y=f(x)$ dok u jednom graničnom trenutku ne **postane tangenta t te krive!**

Tada količnik priraštaja funkcije i priraštaja nezavisno promjenljive $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ predstavlja koeficijent pravca k , to jest tangens ugla koji tangenta zaklapa sa pozitivnim smjerom x ose.

Dakle : **VRIJEDNOST PRVOG IZVODA U TOJ TAČKI JE :** $y' = \text{tg } \alpha = k$