

VEKTORI U RAVNI

Najjednostavnije rečeno, **vektori su usmjerene duži**.

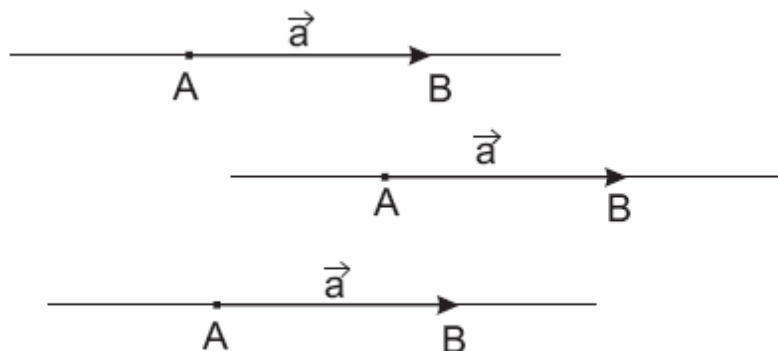
Osnovne karakteristike vektora su :

- **pravac**
- **smjer**
- **intenzitet**
- **početak i kraj vektora**

Pravac vektora je prava na kojoj se on nalazi ali i sve prave paralelne sa njom.

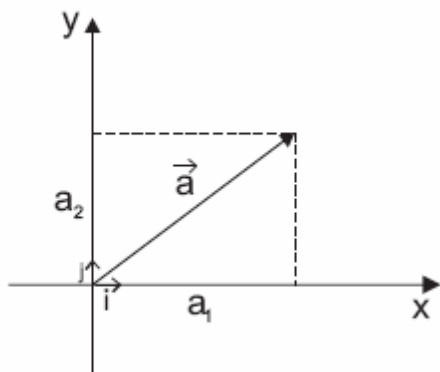
Smjer vektora se zadaje strelicom.

Intenzitet vektora je njegova dužina i najčešće se obeležava sa $|\vec{a}|$



A je početak a B je kraj vektora . Obeležava se $\overline{AB} = \vec{a}$

Kako se vektor zadaje?



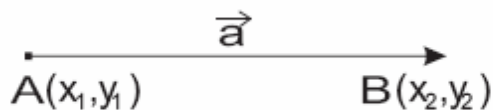
$\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$ ili jednostavnije $\vec{a} = (a_1, a_2)$; intenzitet je $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

\vec{i} i \vec{j} su jedinični vektori (ortovi) koji služe za izražavanje drugih vektora.

$\vec{i} = (1, 0)$ i intenzitet ovog vektora je $|\vec{i}| = 1$

$\vec{j} = (0, 1)$ i takodje je $|\vec{j}| = 1$

Kako izraziti vektor ako su date koordinate njegovog početka i kraja?



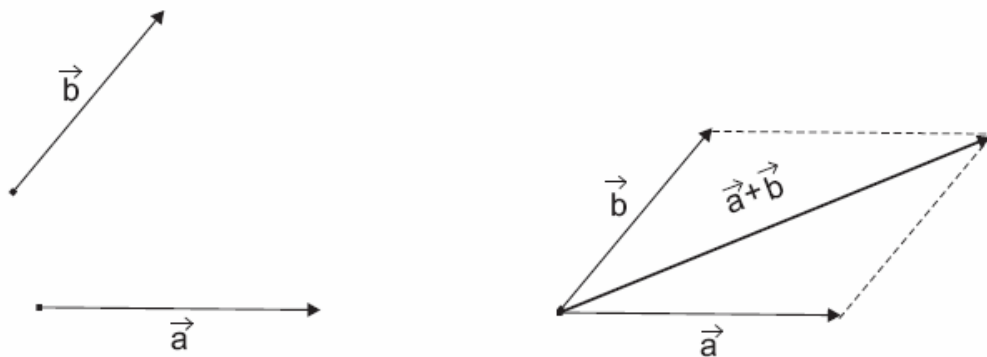
$\vec{a} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ i njegov intenzitet je onda $|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Sabiranje i oduzimanje vektora

Za sabiranje i oduzimanje vektora imamo dva pravila:

1) Pravilo paralelograma

Dva data vektora dovedemo na zajednički početak paralelnim pomjeranjem. Nad njima kao stranicama oformimo paralelogram. Dijagonala paralelograma je njihov zbir (ona dijagonala koja polazi iz sastava ta dva vektora).

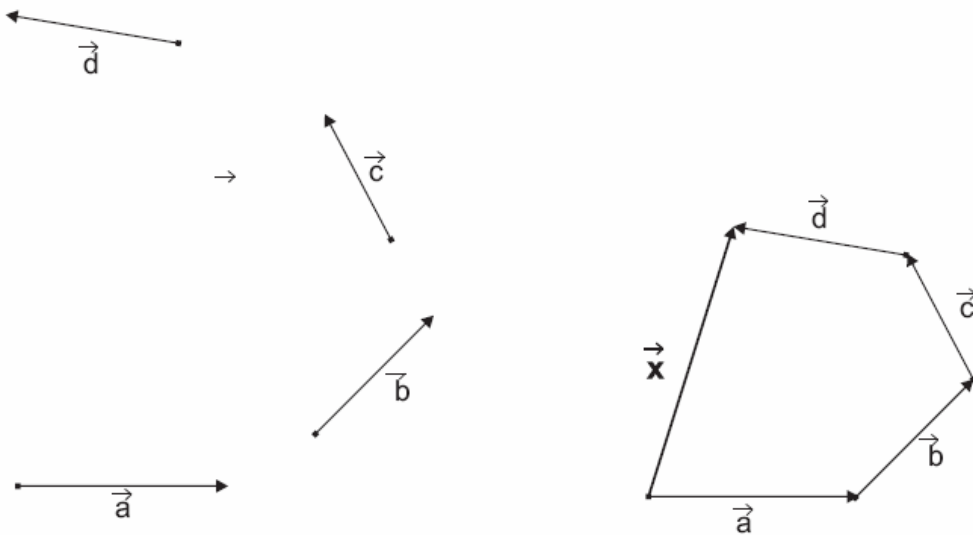


2) Pravilo poligona (nadovezivanja)

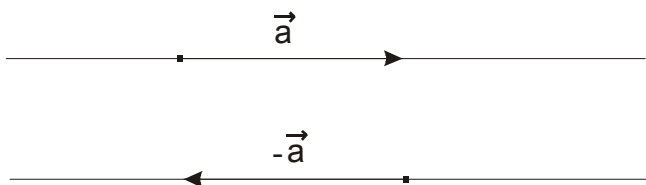
Na kraj prvog vektora paralelnim pomeranjem dovedemo početak drugog, na kraj drugog dovedemo početak trećeg vektora.....

Rezultanta (njihov zbir) je vektor koji spaja početak prvog i kraj zadnjeg vektora.

Evo to na slici:



Svaki vektor ima svoj **suprotan vektor**, koji ima isti pravac i intenzitet ali suprotan smjer sa početnim vektorom.

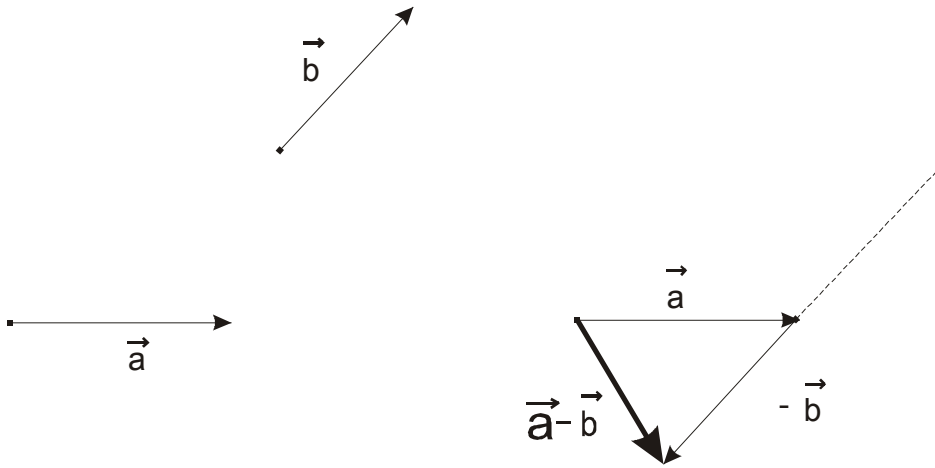


$$-\vec{a} + \vec{a} = 0 \quad \text{i} \quad \vec{a} + (-\vec{a}) = 0$$

Nula vektor $\vec{0}$ je onaj čiji se početak i kraj poklapaju.

Kako oduzeti dva vektora?

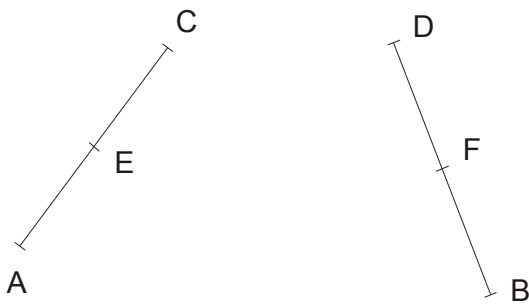
Recimo da su dati vektori \vec{a} i \vec{b} ,.Postupak je sličan kao kod sabiranja vektora(pravilo nadovezivanja) samo što umesto vektora $+\vec{b}$ na kraj prvog nanosimo $-\vec{b}$.



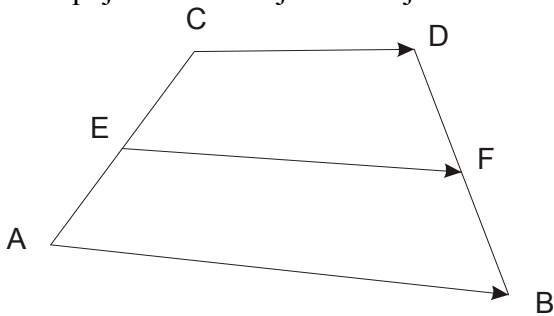
Primjer:

1) Date su duži AC i BD. Tačke E i F su sredine ove dvije duži. Dokazati da je $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{EF}$

Rješenje:



Sad spojimo tačke koje formiraju vektore.



Ideja je da se vektor \overrightarrow{EF} izrazi na obje strane pa se te jednakosti saberu!

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} \\ \overrightarrow{EF} &= \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} \end{aligned} \right\} +$$

$2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ jer su vektori EA i EC suprotni, pa se skrate a takođe su suprotni i vektori BF i DF pa se i oni skrate.

Računski sabiranje i oduzimanje vektora ide vrlo lako:

Ako je $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ to jest $\vec{a} = (a_1, a_2)$ i $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$, to jest $\vec{b} = (b_1, b_2)$

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$$

Dakle, radimo tako što saberemo (oduzmemo) koordinatu sa koordinatom.

Množenje vektora skalarom (brojem)

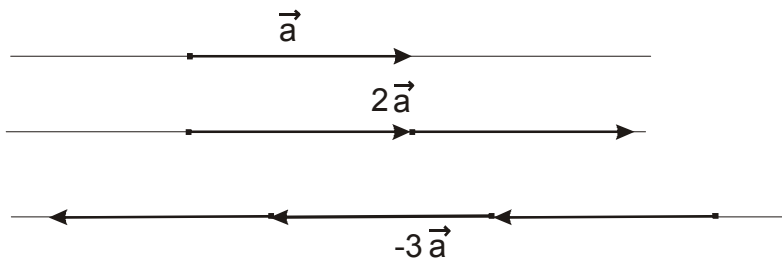
Proizvod skalara k i vektora \vec{a} je vektor $k\vec{a}$ (ili $\vec{a}k$) koji ima isti pravac kao vektor \vec{a} , intenzitet $|k\vec{a}| = |k||\vec{a}|$ i smjer:

- isti kao vektor \vec{a} ako je $k > 0$

- suprotan od vektora \vec{a} ako je $k < 0$

Primjer Dat je vektor \vec{a} , nađi: $2\vec{a}$ i $-3\vec{a}$

Rješenje:



Svaki vektor \vec{a} se može predstaviti u obliku $\vec{a} = |\vec{a}|\vec{a}_0$, gde je \vec{a}_0 jedinični vektor vektora \vec{a} .